SAV
Traitement du signal 1

Romuald Mosqueron

Septembre 2017

Introduction

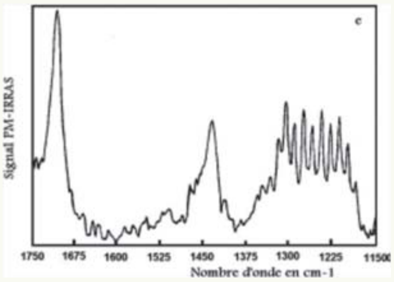
- **Signal:**
  - Représentation physique d'une information à transmettre
  - Entité qui sert à véhiculer une information

    Les signaux sont représentés par une fonction d'une ou de plusieurs variables.

Une grande majorité des signaux sont fonction du temps notée x(t). L'information transportée par un signal se manifeste alors par une variation au cours du temps.

Introduction

- Exemples:
  - Onde acoustique : courant délivré par un microphone (parole, musique, …)
  - Signaux biologiques : EEG, ECG
  - Tension aux bornes d'un condensateur en charge
  - Signaux géophysiques : vibrations sismiques
  - Finances : cours de la bourse
  - Débit de la Seine
  - Images
  - Vidéos
  - etc.



Signaux analogiques et numériques

- La variable indépendante de la représentation mathématique d'un signal peut être continue ou discrète. De plus l'amplitude d'un signal peut également être continue ou discrète. La figure ci-dessous représente ces quatre possibilités.

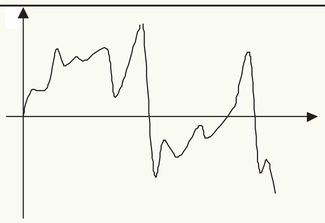
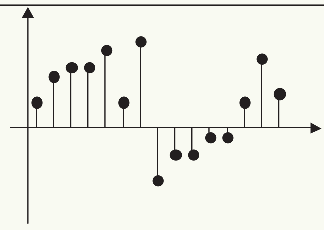
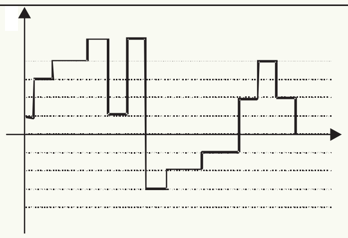
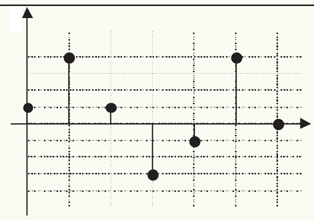
- Pour les signaux analogiques ou quantifiés, la variable indépendante est continue. On peut donc les écrire ***x(t)***, où ***t*** est la variable indépendante, généralement le temps.

- Pour les signaux discrets ou numériques, la variable indépendante est discrète. On peut donc les écrire ***x(n)***, où ***n*** est le numéro de l'échantillon.

Signaux analogiques et numériques

echantillonnage

quantification

	Variable indépendante continue	Variable indépendante discrète
Amplitude continue		
	Signal analogique	Signal discret ou échantillonné
Amplitude discrète		
	Signal quantifié	Signal numérique

Définition

- **Traitement du signal:**
  - Ensemble de techniques permettant de créer, d'analyser, de
    transformer les signaux en vue de leur exploitation
  - Extraction du maximum d'information utile d'un signal perturbé par le bruit

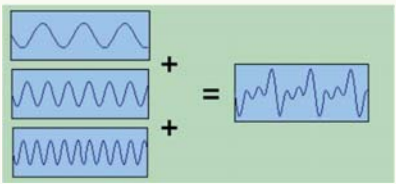
- **Bruit** : Tout phénomène perturbateur pouvant gêner la perception ou l'interprétation d'un signal

Bruit

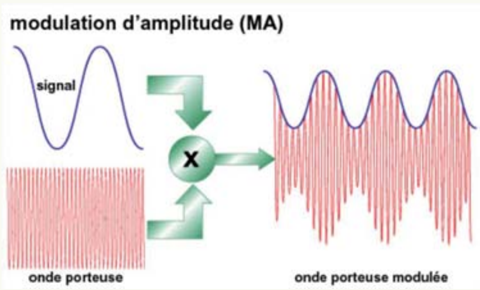
- La notion de bruit est relative, elle dépend du contexte
  - Exemple classique du technicien en télécom et de l'astronome :
    - Pour le technicien en télécom :
      - Ondes d'un satellite = signal
      - Signaux provenant d'une source astrophysique = bruit
    - Pour l'astronome :
      - Ondes d'un satellite = bruit
      - Signaux provenant d'une source astrophysique = signal
- Tout signal physique comporte du bruit = une composante aléatoire

Fonctions du traitement du signal

- Créer : Élaboration de signaux
  - Synthèse : création de signaux par combinaison de signaux élémentaires

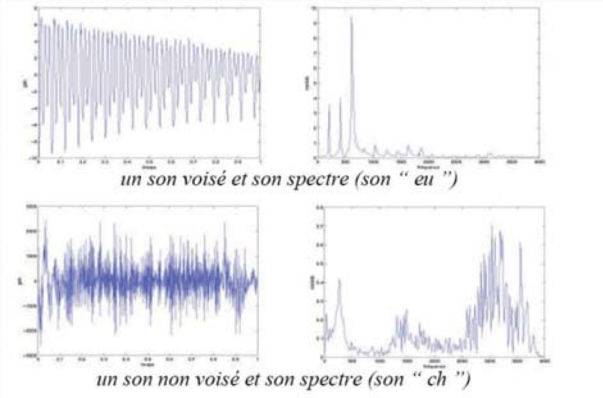


  - Modulation : adaptation du signal au canal de transmission



Fonctions du traitement du signal

- Analyser : Interprétation des signaux
  - Détection : isoler les composantes utiles d'un signal complexe , extraction du signal d'un bruit de fond
  - Identification : classement du signal (identification d'une pathologie sur un signal ECG, reconnaissance de la parole, etc.)



un son voisé et son spectre (son " eu ")

un son non voisé et son spectre (son " ch ")

Chalamont, le 24 janvier 2002

M. et Mme [redacted]
rue [redacted]
01320 CHALAMONT

n° de téléphone : 06.62.46.[redacted]
n° de client : 1.1520071

[redacted]
service clientèle
38218 vienne cedex

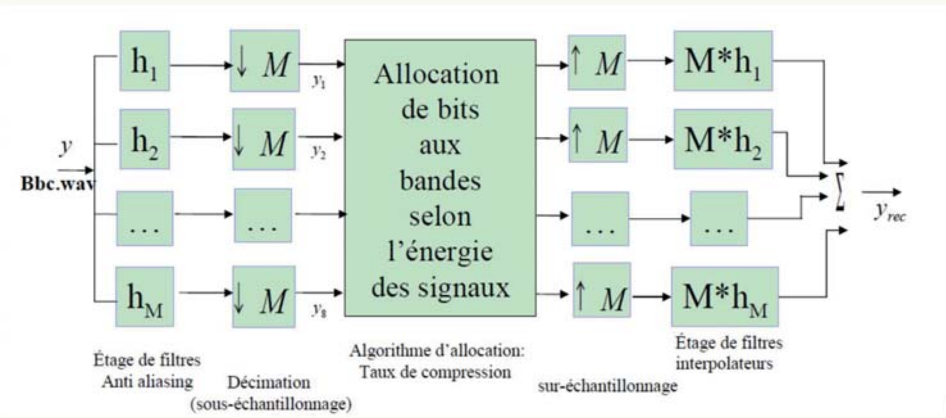
Monsieur,

Je déménage à compter du 24 février 2002. Pour tout courrier ou facture à compter de cette date, voici ma nouvelle adresse :
Monsieur [redacted]
[redacted]
29490 GUIPAVAS
Veuillez trouver ci-joint mon nouveau relevé d'identité bancaire, merci d'en tenir compte dès aujourd'hui.

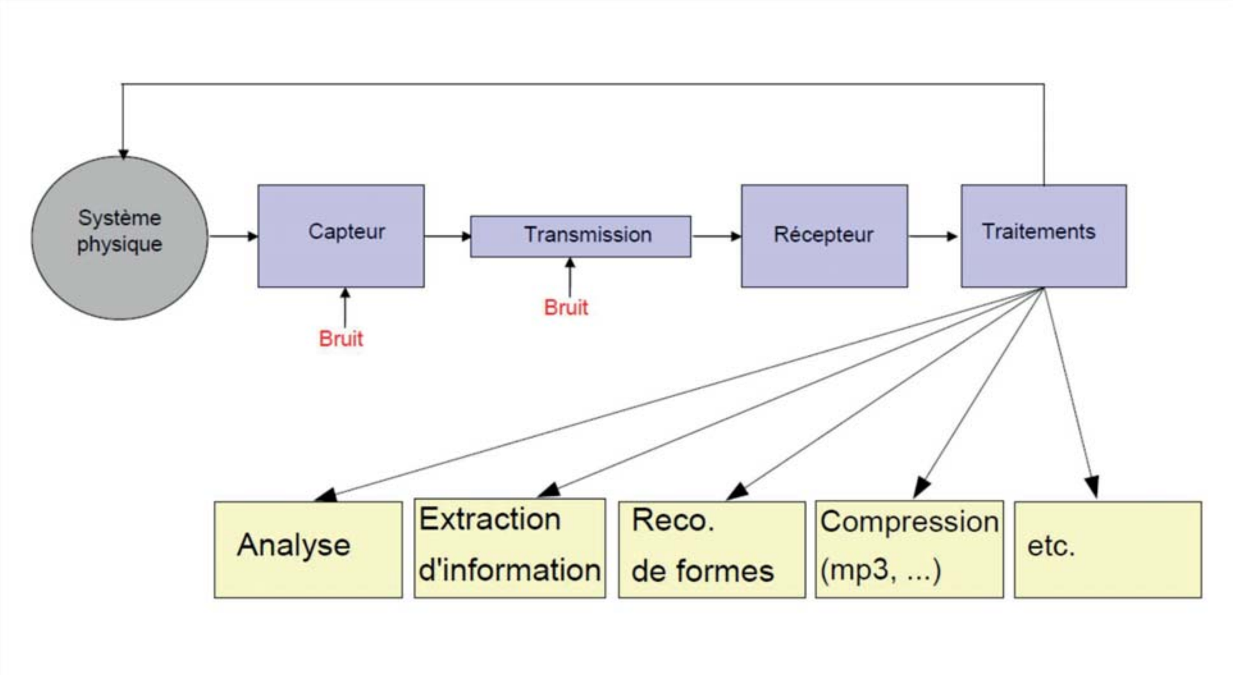
Je vous prie d'agréer, Monsieur, l'expression de mes sentiments distingués.

Fonctions du traitement du signal

- Transformer : adapter un signal aux besoins
  - Filtrage : élimination de certaines composantes
    - Détection de craquements sur un enregistrement,
    - Détection de bruit sur une image,
    - Annulation d'écho, etc.
  - Codage/compression (Jpeg, mp3, mpeg4, etc.)



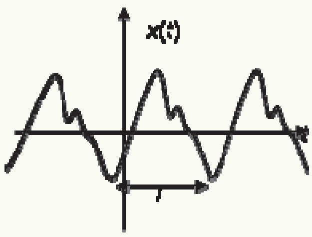
La chaîne de traitement de l'information et le TS



Signal périodique:

Signal périodique:

Un signal est dit périodique de période T si l'on a que x(t) = x(t + T) pour toutes les valeurs de t. Un signal périodique de période T est également périodique de période k·T, avec k entier. La période est définie comme la plus petite valeur de T qui satisfait x(t) = x(t + T), c'est-à-dire k = 1.

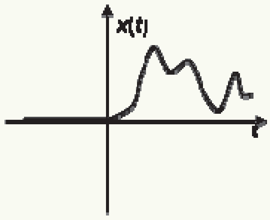


Signal périodique

Signal Causal

Un signal est dit causal s'il est identiquement nul pour toute valeur négative de la variable indépendante.

x(t) est causal si x(t) ≡ 0 pour t < 0.



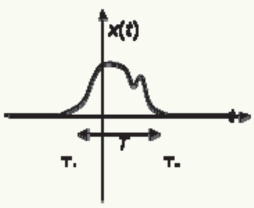
Signal causal

Signal de durée limitée

Un signal est dit de durée limitée s'il n'est pas identiquement nul que pour des valeurs de la variable indépendante comprises dans un intervalle fini. x(t) est de durée limitée si :

- x(t) = x(t) pour T1 ≤ t ≤ T2
- x(t) ≡ 0 partout ailleurs

T = T1 - T2 représente alors la durée (ou la longueur) d'un tel signal. On l'appelle également signal à durée finie.



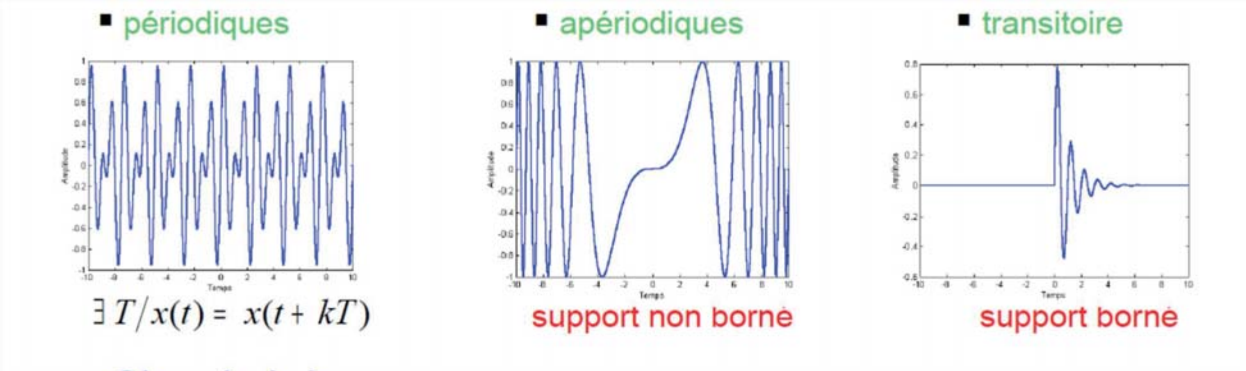
Signal de durée limitée

Classification

Evolution déterministe ou aléatoire des signaux

- **Signaux déterministes**

  Signaux dont l'évolution en fonction du temps ***t*** peut être parfaitement décrite grâce à une description mathématique ou graphique



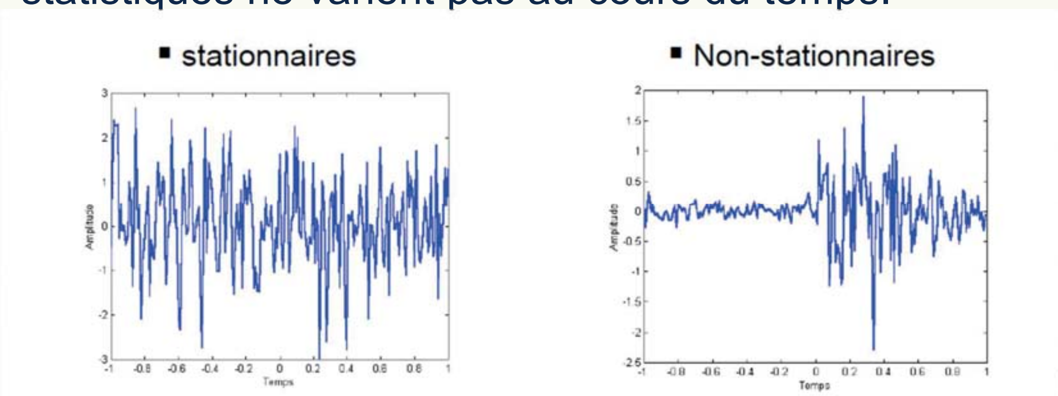
Classification

Signaux aléatoires (stochastiques):

Signaux dont l'évolution temporelle est imprévisible et dont on ne peut pas prédire la valeur à un temps ***t***.

La description est basée sur les propriétés statistiques des signaux (moyenne, variance, loi de probabilité, …)

- **Signaux aléatoires stationnaires:** si les caractéristiques statistiques ne varient pas au cours du temps.



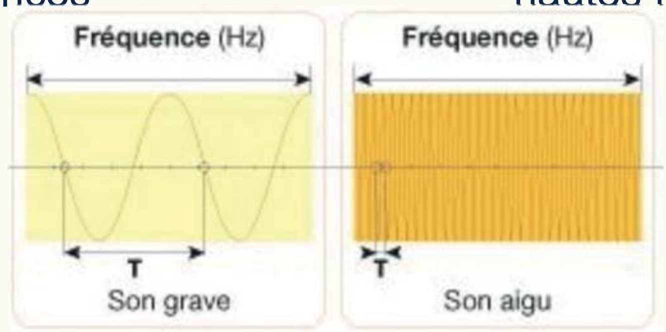
Fréquence

Qu'est ce qu'une **fréquence** ?

La fréquence, en hertz (**Hz**), est le nombre de fois qu'un phénomène périodique se reproduit pendant une durée déterminée => l'inverse de la période ***f* = 1/T**

Dans un son:

basses fréquences hautes fréquences



=> La fréquence permet de caractériser un certain type d'information

Fréquence

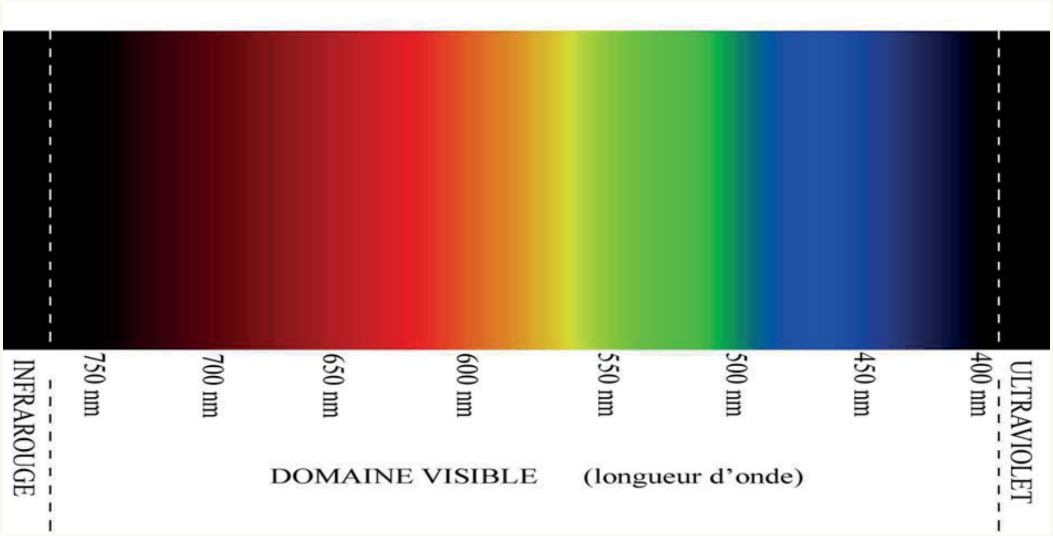
Dans une image

Surfaces = basses fréquences Contours = hautes fréquences

Fréquence

Dans une onde lumineuse

Les couleurs dépendent de la longeur d'onde = la fréquence



Fréquence

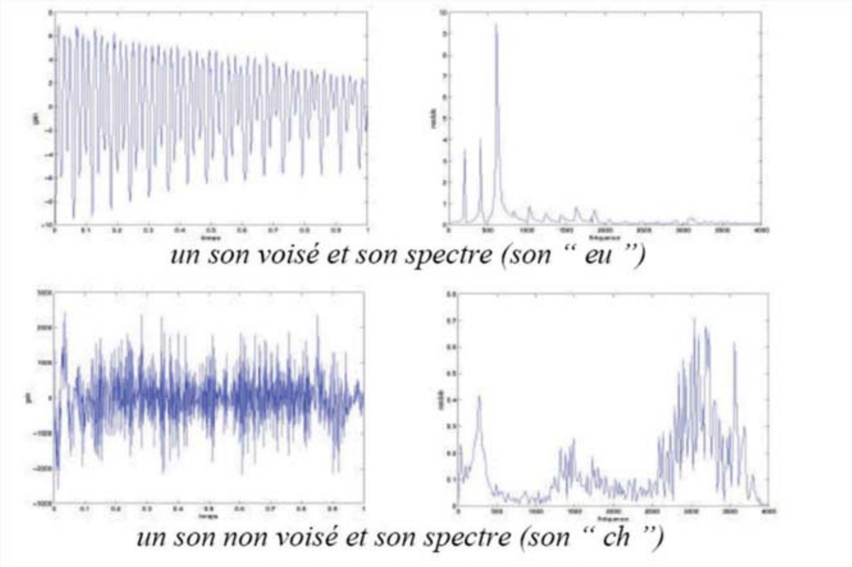
La voix, un téléphone portable, la radio, l'ADSL, les horaires de passage d'un train, la musique electronique, un equaliser, un radar, etc.

=> Toutes ces applications véhiculent ou analysent le contenu fréquentiel de l'information

Fréquence

⇒ Une représentation fréquentielle de l'information est souvent plus facile à interpréter que la représentation temporelle

Rep. temporelle   Rep. frequentielle



un son voisé et son spectre (son " eu ")

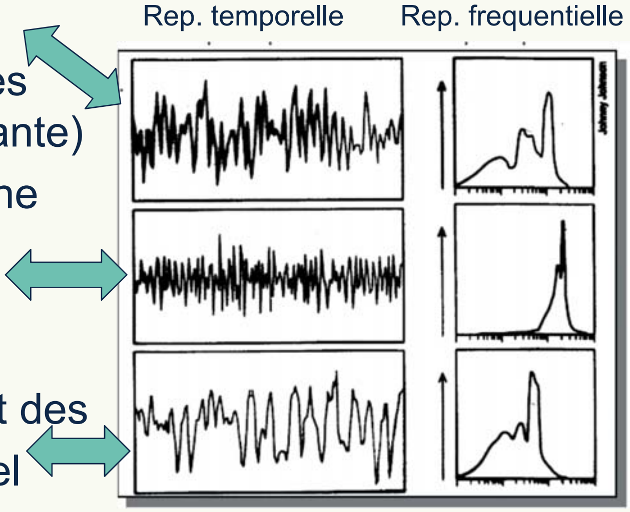
un son non voisé et son spectre (son " ch ")

Fréquence

Analyse d'ondes cérébrales

- Ondes Alpha: engendrées lorsque le sujet change son niveau d'attention (fréquences modérées, amplitude importante)
- Ondes Bêta: produites par une activité mentale intense (fréquences élevées, faibles amplitudes)
- Ondes Thêta: accompagnent des sentiments de stress émotionnel (fréquences faibles)

Rep. temporelle   Rep. frequentielle



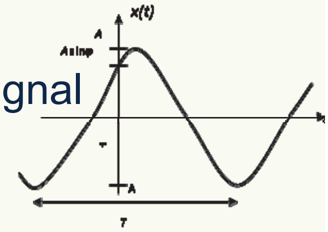
Représentation fréquentielle

Question : Comment obtenir la représentation fréquentielle d'un signal ? Comment connaitre les fréquences qu'il contient ?

Exemples:

1) **Signal sinusoïdal**

x(t)=cos(2π*f0*t + φ) => ***f0*** est la fréquence du signal

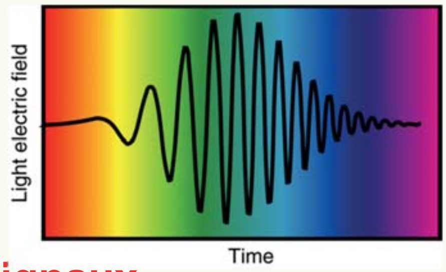


=> Facile

2) **Onde lumineuse**

Fréquences variables au cours du temps (du rouge au violet).

=> Difficile



Analyse fréquentielle des signaux

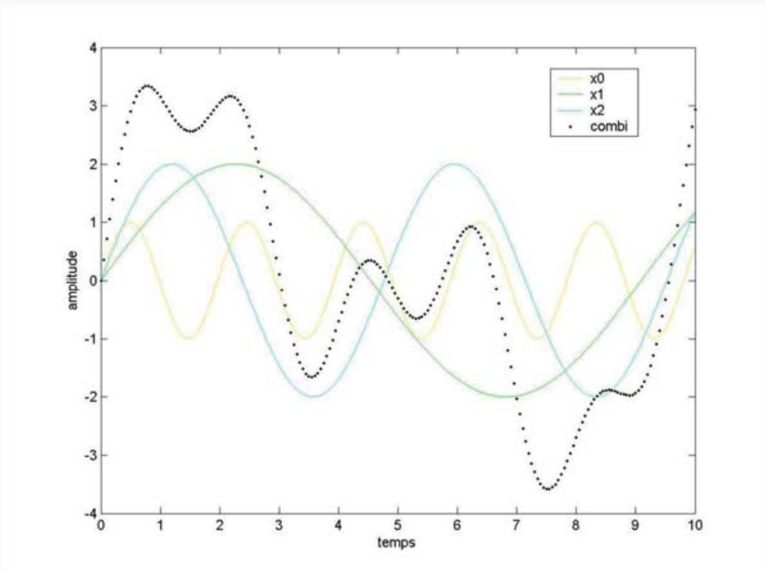
Expérience

Est-il possible d'obtenir des signaux périodiques complexes par simple combinaison linéaire de signaux élémentaires?

```
% Code matlab
f0 = 0.51;  A0 = 1;
f1 = 0.11;  A1 = 2;
f2 = 0.21;  A2 = 2;

% déclaration de signaux de base
x0 = A0*sin(2*pi*f0*t);
x1 = A1*sin(2*pi*f1*t);
x2 = A2*sin(2*pi*f2*t);

% affichage des signaux + combinaison
plot(t, x0, 'y'); hold on;
plot(t, x1, 'g');
plot(t, x2, 'c');
plot(t, x0+x1+x2, 'k.');
```

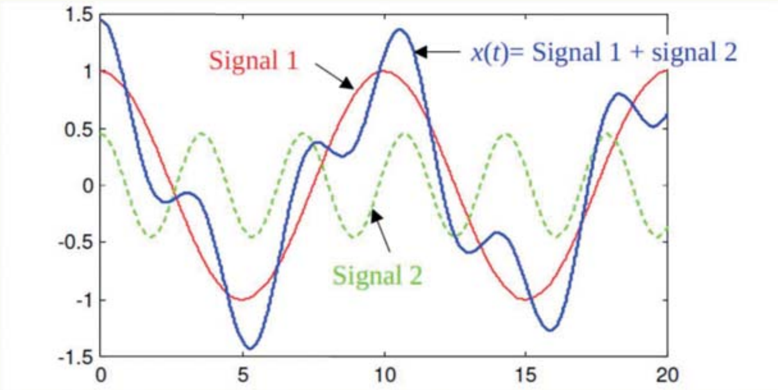


OUI

Décomposition en Série de Fourier

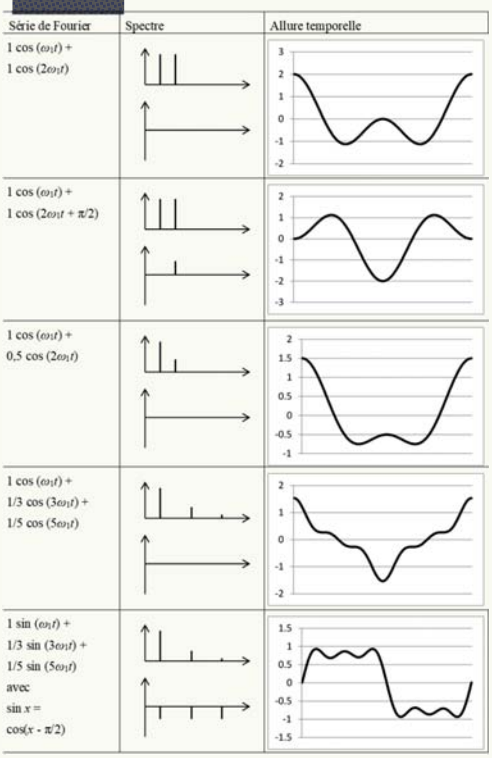
La Décomposition en Série de Fourrier (DSF) consiste à exprimer un signal périodique comme une combinaison linéaire de signaux sinusoïdaux

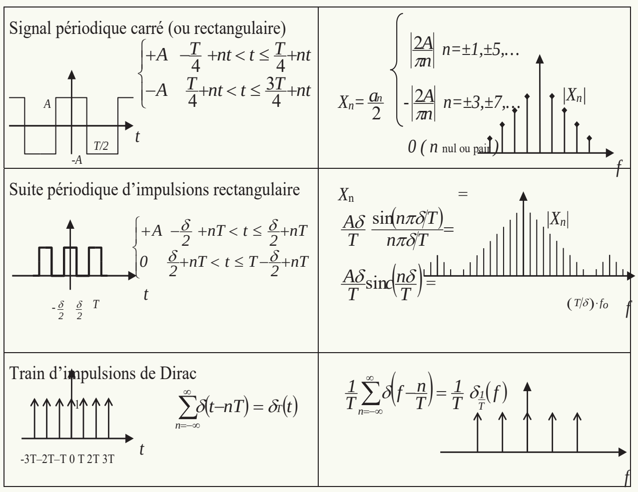
⇒ Les fréquences d'un signal apparaissent naturellement.



=> Constitue le lien entre la représentation Temporelle d'un signal et sa représentation fréquentielle.

Décomposition en Série de Fourier





Signaux non périodiques ?

- La DSF n'est applicable qu'aux signaux périodiques
- Considérons que la période T est infinie (donc F tend vers 0)
- Et comme les harmoniques sont des multiples de F ...
- l'écart entre les raies du spectre va donc devenir infiniment petit
- On tend alors vers une représentation fréquentielle continue

Transformée de Fourier

La Transformée de Fourier peut être vue comme une généralisation des séries de Fourier aux signaux non périodiques.

Soit x(t) un signal. Sa transformée de Fourier est une fonction, généralement complexe, de la variable réelle f définie par :

$$X(f) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\,2\pi f t}\,\mathrm{d}t$$

La transformation inverse est donnée par :

$$x(t) = F^{-1}\{\, X(f) \,\} = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,2\pi f t}\,\mathrm{d}f$$

Transformée de Fourier

La transformation intégrale de Fourier peut être envisagée comme une généralisation de la notion de développement en série de Fourier.

Représentation fréquentielle d'un signal non périodique sur l'intervalle ($-\infty < t < +\infty$),

$\Rightarrow$ Description valable pour un intervalle T fini.

$\Rightarrow$ Chercher la forme limite prise par cette relation lorsque l'on fait tendre T vers l'infini.

Transformée de Fourier

Considérons un signal x(t) quelconque :

Appelons $x_T(t)$ la partie de ce signal comprise dans l'intervalle -$-T/2 < t < T/2$ et créons un signal $rep_T\{x(t)\}$ qui soit la répétition périodique, de période T, de cette partie de signal.

Un développement en série de Fourier est possible et donne :

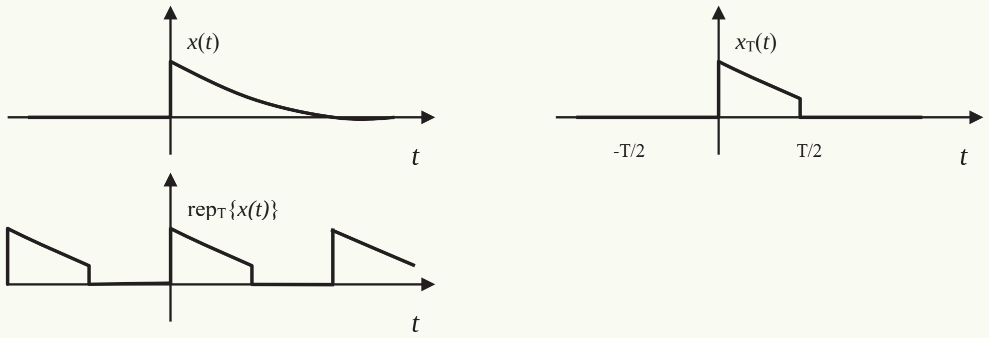
$$x_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \, e^{+j\, 2\pi n f_1 t}$$

$$\text{avec} \quad X_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_T(t) \cdot e^{-j\, 2\pi f t} dt$$

Transformée de Fourier

Toutefois, si l'on fait tendre T vers l'infini, xT(t) et x(t) deviennent identiques pour tout t et l'intervalle de définition devient l'axe réel.

$$\lim_{T\to\infty} x_T(t) = x(t)$$



Transformée de Fourier

La représentation fréquentielle de xT(t) est un spectre de raies. La distance entre raies adjacentes est égale à f1 = 1/T. Par conséquent, lorsque T augmente, la " densité " des raies du spectre augmente. Cette " densité spectrale de raies " peut être exprimée par :

$$\frac{X_k}{f_1} = X_k \cdot T = \int_{-T/2}^{T/2} x_T(t)\, \mathrm{e}^{-jk\ 2\pi f_1 t} \mathrm{d}t$$

Transformée de Fourier

Lors du passage à la limite pour T → ∞, la distance entre raies devient infinitésimale et le nombre de composantes dans un intervalle de fréquence donné devient infini :

$$f_1 = 1/T \rightarrow \mathrm{d}f$$

$$nf_1 = n/T \rightarrow f \qquad \text{(variable continue)}$$

$$\sum \quad \rightarrow \quad \int$$

$$x(t) = \lim_{T\to\infty} x_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)\, \mathrm{e}^{+\mathrm{j}\,2\pi f t}\, \mathrm{d}f$$

$X(f)$ apparaît donc comme la forme limite de la ‘’densité spectrale des raies’’ introduite précédemment.

Transformée de Fourier

L’analogie entre le développement en série de Fourier et l’intégrale de Fourier permet de conclure que la fonction X(f) "analyse" x(t) sous forme d’une infinité de composantes sinusoïdales complexes d’amplitude |X(f)| df. Si |X(f)| est finie, ces amplitudes sont infinitésimales. La fonction continue X(f) fournit ainsi des informations sur la distribution fréquentielle (amplitude, phase, énergie) du signal x(t).

Attention : la TF d'un signal n'est pas toujours définie !
Comment faire lorsque x(t) n'a pas de TF ?
=> Transformée de Laplace

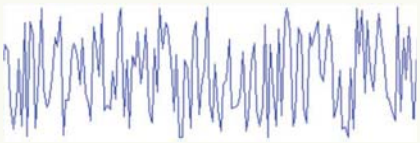
Qu'est ce qu'un bruit blanc ?

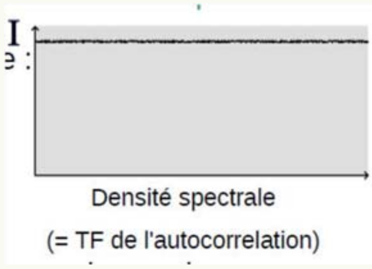
Un bruit blanc est un signal aléatoire qui contient toutes les fréquences

Sa représentation fréquentielle est quasi plate : (SA -> densité spectrale)

Pour un signal sonore,ceci correspond à un « souffle »

Remarque : théoriquement, un tel signal ne peut exister puisque son énergie serait infinie ...

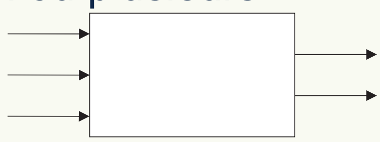




Système

Un système est un dispositif agissant sur un ou plusieurs signaux d'entrée (appelés excitations) et fournissant un ou plusieurs signaux de sortie (appelés réponses).

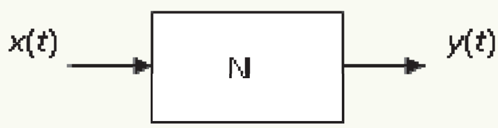
On le représente par un schéma-bloc.



Pour simplifier les choses, on ne considérera ici que les systèmes ayant une entrée et une sortie.

Si l'on ne considère que la description mathématique d'un système, c'est-à-dire les équations liant les réponses et les excitations, on peut définir l'application de l'espace des excitations dans l'espace des réponses par l'opérateur N :

$y(t) = N[x(t)]$



$x(t)$ = signal ou excitation ;

$y(t)$ = réponse

Système à l'état quiescent

Un système est dit à l'état quiescent si, en l'absence d'excitation, il n'y a pas de réponse : $y(t) \equiv 0$ si $x(t) \equiv 0$.
Pour un système à l'état quiescent, les réponses dépendent exclusivement des excitations. La réponse d'un système à l'état quiescent est appelée *réponse forcée*.
Si un système n'est pas à l'état quiescent, sa réponse ***y(t)*** à une excitation ***x(t) ≡ 0*** est appelée réponse libre.
Si un système n'est pas à l'état quiescent, sa réponse ***y(t)*** à une excitation ***x(t)*** quelconque est appelée *réponse globale*.
La réponse globale est la somme de la réponse libre et de la réponse forcée.
On distingue deux termes dans une réponse (forcée ou libre)
L'un qui s'amortit : *terme transitoire*
L'autre qui ne s'amortit pas : *terme de régime*

Système linéaire

Un système est linéaire si :

$y_1(t) = \mathrm{N}[x_1(t)]$ et $y_2(t) = \mathrm{N}[x_2(t)]$

alors $a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t) = \mathrm{N}[a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)]$

Système invariant dans le temps

Un système est *invariant dans le temps* si :

$$y(t) = \mathrm{N}[x(t)]$$

$$\text{alors } y(t - \tau) = \mathrm{N}[x(t - \tau)]$$

Dans ces relations, a et b sont des grandeurs complexes quelconques et τ une grandeur réelle quelconque.

Système LTI

Un système qui est en même temps linéaire et invariant dans le temps est abrégé par LTI.
Si le système est linéaire et invariant dans le temps, la réponse forcée à la dérivée d'un signal est la dérivée de la réponse au signal.

Exemples

Tachymètre

- Entrée : Vitesse d'un véhicule v(t)
- Sortie : Position angulaire de l'aiguille q (t)
- Propriétés : linéaire, causal, invariant

Exemple de système

- non linéaire : hauteur d'une vague en fonction du vent
- non causal : retour vers le futur
- non invariant : y(t) = t.x(t); parcmètre (le tarif dépend de l'heure)

Transformée de Laplace

Tachymètre

- Entrée : Vitesse d'un véhicule v(t)
- Sortie : Position angulaire de l'aiguille q (t)
- Propriétés : linéaire, causal, invariant

Exemple de système

- non linéaire : hauteur d'une vague en fonction du vent
- non causal : retour vers le futur
- non invariant : y(t) = t.x(t); parcmètre (le tarif dépend de l'heure)

Notion de filtrage

Filtrer = arrêter, complètement ou non, empêcher ou gêner le passage de quelque chose.
➔ changement ou annulation des amplitudes d'un signal.

En général, un système est un filtre

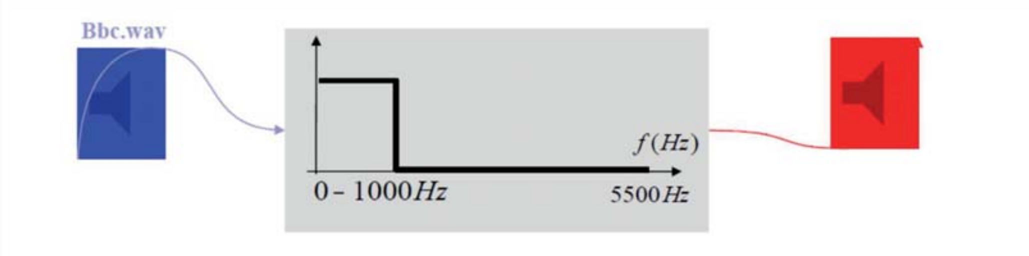
But :

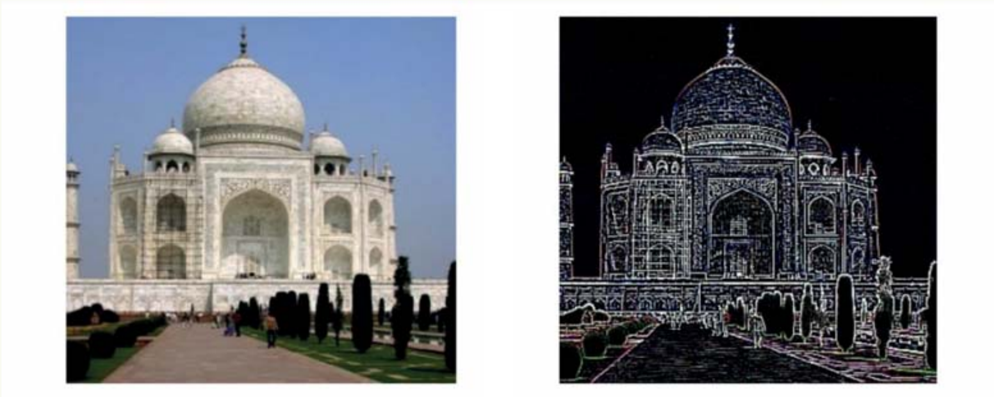
- Sélectionner des parties du signal contenant une information pertinente
- Éliminer du bruit
- Adoucir un signal, éliminer des valeurs aberrantes
- Séparer plusieurs composantes d'un signal
- etc…

Applications

- Réglage de tonalité dans les appareils audio : equalizer
- Suspension des véhicules : filtre mécanique amortissant les chocs
- Protection sismique : filtrage des ondes provenant de la rotation de la terre
- Acoustique : séparation des graves et des aigus dans les enceintes
- Téléphonie mobile,
- Compression de données : mp3
- karaoké
- Imagerie médicale, ...

Applications





Filtres

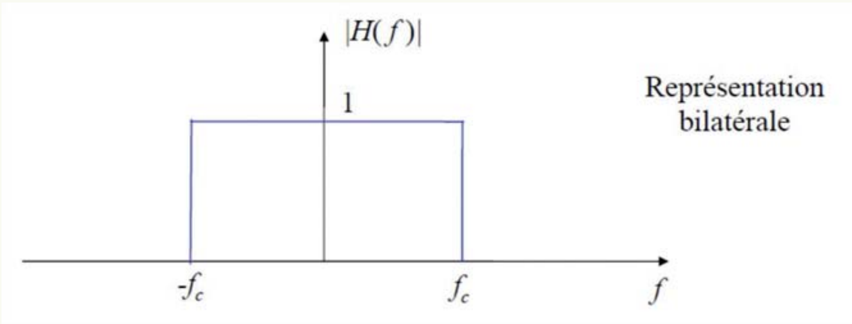
- Objectif du filtre : sélection de composantes particulières
- Caractérisation du filtre : capacité à transmettre certaines fréquences ou certaines parties du signal

- Filtrage temporel: atténuation ou interruption du signal au cours du temps
  - Changement / annulation des amplitudes d’un signal
  - Sélection d'une portion du signal
  - Lissage du signal
- Filtrage fréquentiel : sélection ou atténuation de certaines fréquences
  - Sélection de certaines composantes fréquentielles du signal
  - Blocage des impulsions transitoires

Filtres élémentaires

Filtre passe-bas

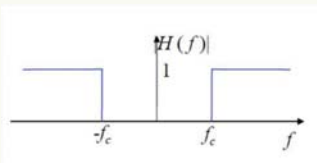
- Sélection des fréquences basses
- Élimination des fréquences supérieures à fc (fréquence de coupure)
- Bande passante = [0, f_c]



Filtres élémentaires

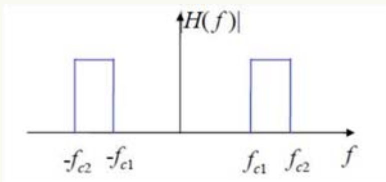
Filtre passe-haut

- Transmission des fréquences supérieures à fc
- Élimination des fréquences inférieures à fc
- Bande passante = [f_c , ∞[



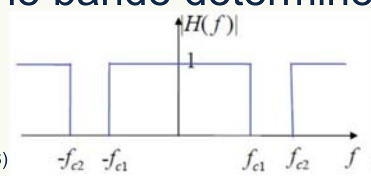
Filtre passe-bande

- Transmission des fréquences appartenant à un intervalle donné
- Bande passante = [f_{c1} , f_{c2}]



Filtre coupe-bande

- Transmission des fréquences hors d'une bande déterminée
- Bande passante = [0 , f_{c1}][f_{c2} , ∞[



Filtres élémentaires

FILTRES ANALOGIQUES

Filtres passifs. Réalisés avec des résistances, inductances et capacités.

Filtres actifs (doivent être alimentés). Réalisés avec des amplificateurs opérationnels, des résistances et des capacités.